

Problema P6

(i) Sia $\alpha(n) = \text{mis}_n B^n(0, 1)$. Si dimostri che

$$\alpha(n) = \begin{cases} \frac{\pi^{n/2}}{(n/2)!}, & \text{se } n \text{ pari} \\ \frac{2(2\pi)^{\frac{n-1}{2}}}{n!!}, & \text{se } n \text{ dipari} \end{cases}$$

(ii) Sia $R \in SO(n)$ una matrice ortogonale $n \times n$ ($R^T = R^{-1}$) e sia \tilde{R} l'associato operatore di rotazione per R :

$$\tilde{R} : u \mapsto \tilde{R}u \quad : \quad (\tilde{R}u)(x) = u(Rx) .$$

Dimostrare che il Laplaciano commuta con \tilde{R} , cioè, $\tilde{R}\Delta = \Delta\tilde{R}$.